

國立中央大學八十八學年度轉學生入學試題卷

管理學院二年級

科目：微積分

共 1 頁 第 1 頁

I. 填充題：每題 6 分，請將答案按題號寫在答案卷上，不要寫在試題卷上。

1. 函數 $f(x) = \sqrt{\frac{(x-1)(x-2)}{x-3}}$ 的定義域為 _____

2. 若 $f\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = \frac{x-2}{x+3}$ ，則 $f\left(\frac{1}{2}\right) =$ _____

3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{3}}{x-3} =$ _____

4. 若 $f(x) = (x + \sqrt{1+x^2})^m$ ，則 $f''(0) =$ _____

5. 若 $y \sin x = x^3 + \cos y$ ，則 $\frac{dy}{dx} =$ _____

6. $y = x^{\frac{1}{3}}$ 的反曲點為 _____

7. $\int_0^1 x e^x dx =$ _____

8. $x \sin x$ 的 Maclaurin 級數展開為 _____

9. $f(x, y) = xy - x^2 - y^2 - 2x - 2y + 4$ 的相對極大值是 _____

10. 曲線 $x^2 + xy + y^2 = 1$ 上的點與原點 $(0, 0)$ 的最近距離是 _____

II. 綜合題：每題 10 分，演算與證明部分須詳細說明。

1. (a) 敘述均值定理 (The Mean Value Theorem)

(b) 證明：對任意實數 x ， $|\sin x| \leq |x|$

2. 求 $\int_0^1 \int_0^4 x \sqrt{x^2 + y} dy dx$

3. 某企業捐贈中央大學一筆金錢，並且以該筆金錢的利息所得每年頒發獎學金，假設該筆基金存放於第一銀行以年利率 7% 連續計息 (compounded continuously)，問該企業必須捐助多少金額才能維持每年頒發 100,000 元獎學金？

4. 某種燈泡的寿命的機率密度函數是 $f(t) = 0.01 e^{-0.01t}$ ， t 以小時計。問燈泡至少可以使用 100 小時的機率為何？